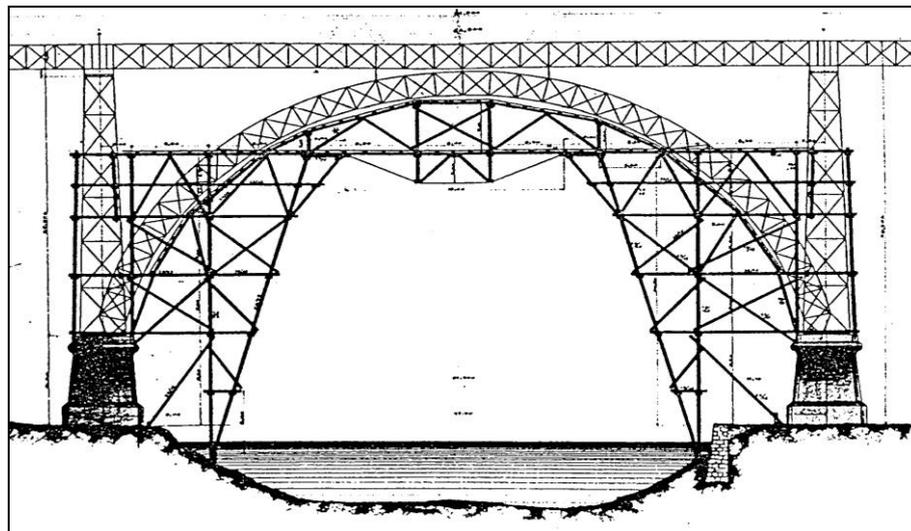
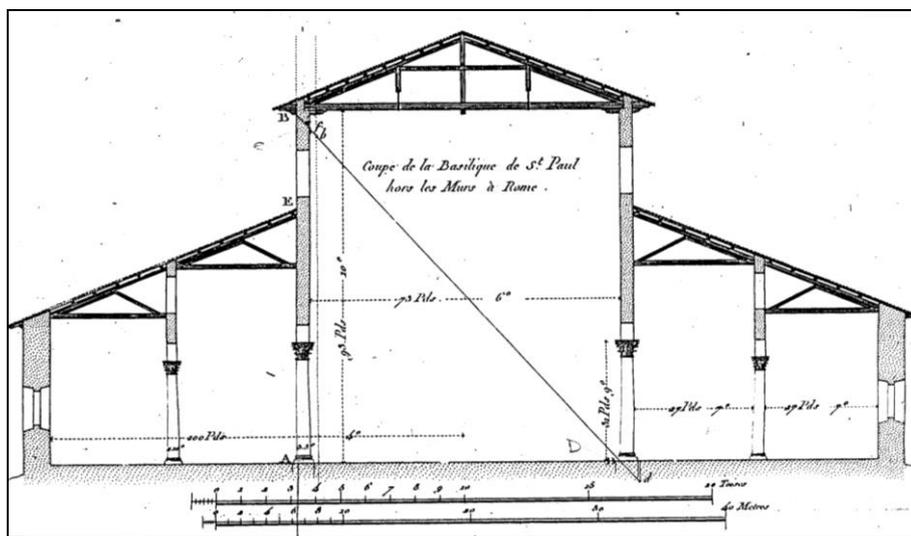


# ***EVOLUZIONE SCIENTIFICA E COSTRUZIONI***

*Storia dei metodi scientifici applicati all'Architettura e all'Ingegneria*



Giuseppe Stagnitto

Giuseppe Stagnitto

## ***EVOLUZIONE SCIENTIFICA E COSTRUZIONI***

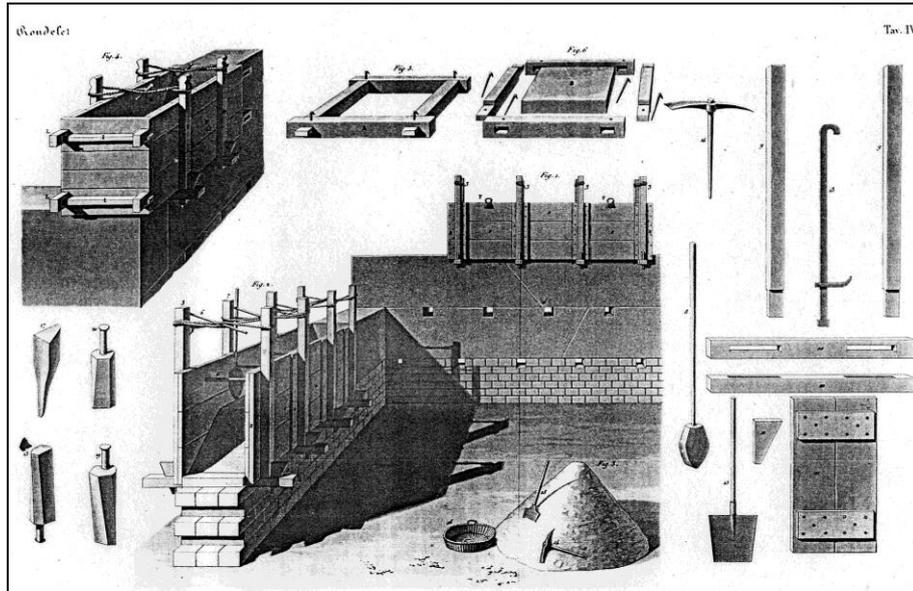


Tavola tratta dall'Art de bâtir di Rondelet

### **PARTE PRIMA**

#### **LEZIONI SULLO SVILUPPO STORICO DELLA SCIENZA DEL COSTRUIRE**

1. Contenuto e significato del volume
2. Presentazione del corso *Sviluppo storico della Scienza e della Tecnica delle Costruzioni*
3. Sintesi dello sviluppo storico della *scienza del costruire*
4. Meccanica delle strutture e Filosofia naturale
5. Logica epistemologica nello sviluppo delle teorie strutturali
6. Razionalità e costruzioni
7. Memoria storica quale strumento di *disincanto*

## 5. Logica epistemologica nello sviluppo delle teorie strutturali

- 5.1 I cinque modelli storici nella teoria delle strutture
- 5.2 Le *rivoluzioni* scientifiche nella meccanica
- 5.3 Necessità di una *teoria storica* dello sviluppo scientifico
- 5.4 Le successive teorie nella meccanica strutturale
- 5.5 La logica epistemologica nella successione delle teorie scientifiche
- 5.6 Tappe storiche nella *teoria della macchine semplici*
- 5.7 Tappe riorganizzative della conoscenza nella meccanica
- 5.8 Tappe riorganizzative della conoscenza nella meccanica delle strutture
- 5.9 Evoluzione o rivoluzioni nella storia della scienza?
- 5.10 Una *conchiglia fossile* nel processo di formazione delle conoscenze
- 5.11 Applicazione del principio ad esempi storici
- 5.12 Analogie visuali per la comprensione dell'evoluzione scientifica
- 5.13 Applicazione allo sviluppo delle teorie strutturali
- 5.14 Rilettura dell'*evoluzione* delle teorie strutturali
- 5.15 Tappe nella generalizzazione del concetto di forza
- 5.16 Tappe riorganizzative ed estensione del significato dei simboli

*“L'anima è un logos che si accresce”*  
Eraclito

*“Reca un vero arricchimento della scienza un'espressione più astratta delle nozioni già acquisite, dove è dato men facilmente di intendere quel che ne costituisce il valore”.*

F. Enriques

### 5.1 I cinque modelli storici nella teoria delle strutture

**L**a *scienza del costruire* costituisce una straordinaria scuola applicativa, un campo del sapere ove è possibile cogliere *stratificati* - oppure, *riordinati*, alla luce della più recente "rivoluzione scientifica", come preferirebbe dire Kuhn, gli sforzi dei millenni.

Come progettisti moderni - cui sono stati offerti, insieme, strumenti culturali e tecniche operative - noi faticiamo spesso a cogliere il peso di questo progresso e siamo portati a ritenere scontati i risultati di riflessioni durate secoli.

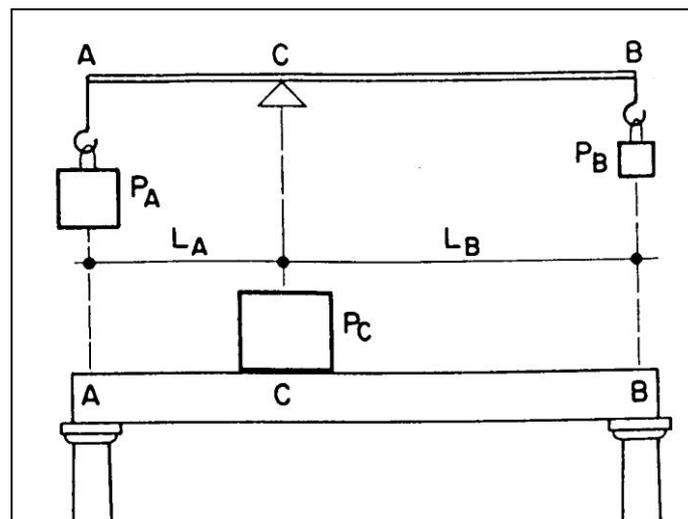
Nel nostro testo *Meccanica e strutture* [10] avevamo individuato cinque tappe evolutive nella comprensione del funzionamento statico delle strutture, tappe che avevamo identificato attribuendo al sostantivo trave cinque diversi aggettivi.

Per comodità del lettore ne riportiamo i punti essenziali.

### 1. LA TRAVE GEOMETRICA

Prima di Galileo lo studio strutturale si riduceva al problema di evitare cinatismi: la trave era quindi considerata puramente *geometrica*.

Erone attribuisce ad **Archimede** un trattato, perduto, dedicato al tema del calcolo delle reazioni vincolari: la legge della leva permette infatti di ripartire correttamente un peso sui suoi due appoggi.



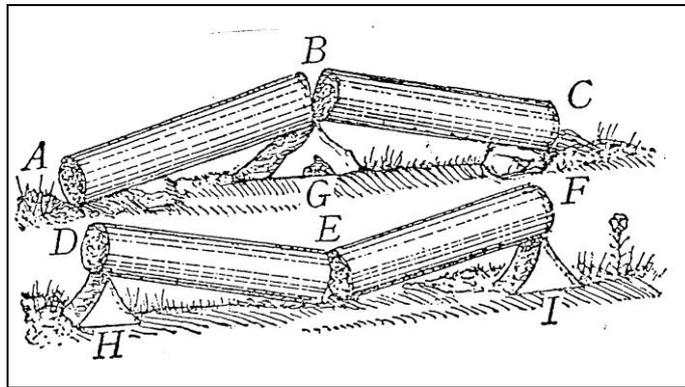
La trave di Archimede<sup>1</sup>

<sup>1</sup> La figura è tratta dal libro di A. Giuffré *La meccanica nell'architettura* (1986)

## 2. LA TRAVE RIGIDA

**Galileo** introdusse il concetto di resistenza avente un valore finito (si tratta propriamente di una *forza*, non di una tensione).

Il suo è un calcolo a rottura, estraneo al problema della deformazione: la trave è considerata sì materiale, ma *rigida*.



La trave di Galileo

## 3. LA TRAVE ELASTICA

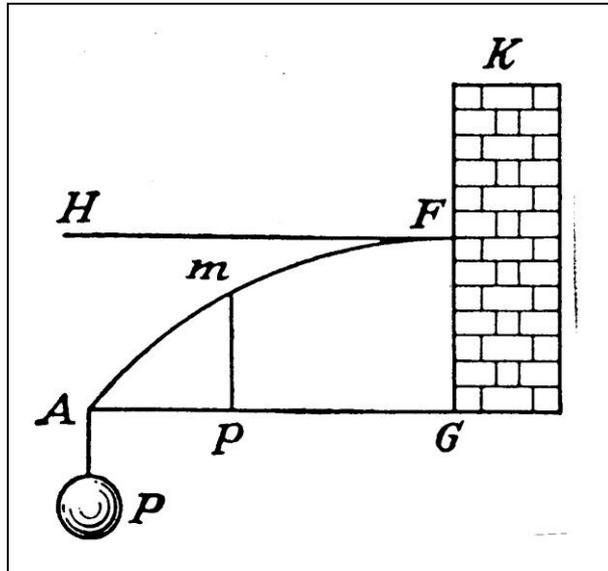
La scoperta del calcolo infinitesimale rese possibile lo studio della deformata di una trave, che quindi è considerata *elastica*.

Sviluppando alcuni risultati di Jacques Bernoulli, **Eulero** otterrà l'esplicita espressione della deformata elastica.

Eulero è il fondatore della moderna meccanica strutturale fondata sulla formulazione di un sistema coerente di equazioni indipendenti di equilibrio in forma differenziale.<sup>2</sup>

---

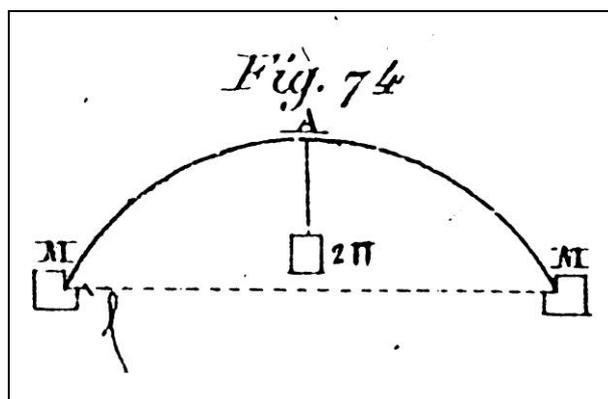
<sup>2</sup> Vedi gli allegati [8] e [9]



La trave di Eulero

#### 4. LA TRAVE IPERSTATICA

L'opera mediatrice di **Navier** - fondatore della teoria matematica dell'elasticità - trasferì al livello del calcolo ingegneristico i risultati dell'ambiente matematico, risolvendo, con l'equazione *linearizzata* della linea elastica problemi insolubili nell'ambito delle sole equazioni della statica (trave *iperstatica*).<sup>3</sup>



La trave di Navier

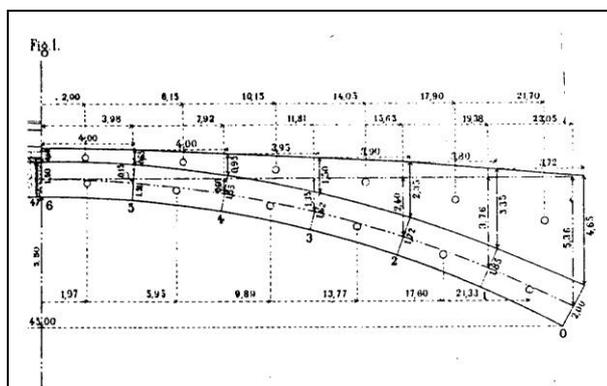
<sup>3</sup> Vedi l'allegato [10] al punto 4.2.6

## 5. LA TRAVE ELEMENTO

Dobbiamo a **Castigliano** lo schema di un procedimento generale, alla portata di ogni progettista, per la risoluzione di strutture iperstatiche in campo elastico.

La sua opera di modellazione strutturale (con suddivisione di un arco in più conci considerati rettilinei e costruzione di tabelle che rendono automatico il calcolo) è una chiara anticipazione delle moderne metodologie computerizzate fondate sull'algebra delle *matrici*.

Castigliano formulò anche compiutamente il cosiddetto calcolo non lineare - quale successione di calcoli lineari - che, allo stato attuale della conoscenza, negli sviluppi computazionali più recenti, rappresenta la più generale teoria del comportamento statico strutturale.<sup>4</sup>



Il suo pensiero, sulla storia della scienza che procederebbe per *rivoluzioni* piuttosto che per evoluzione, si può sintetizzare intorno ai tre concetti di *paradigma*, *anomalia*, *crisi*.

Ogni teoria scientifica consolidata costituisce per Kuhn un ***paradigma***:

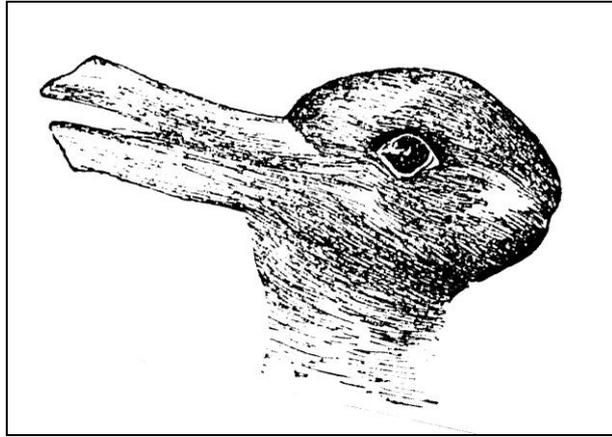
*una ricerca stabilmente fondata su uno o più risultati raggiunti dalla scienza del passato, ai quali una particolare comunità scientifica, per un certo periodo di tempo, riconosce la capacità di costituire il fondamento della sua prassi ulteriore.*

Ogni teoria scientifica è però esposta al rischio sperimentale della confutazione, cioè della smentita.

Può avvenire di trovarsi di fronte ad un'*anomalia* - difficilmente interpretabile alla luce del corrente modello esplicativo - che provoca una *crisi*, la quale, dopo un periodo di nuova ricerca, genera una nuova teoria scientifica, vale a dire un nuovo paradigma.

La prefazione di Copernico al *De revolutionibus* costituisce, ad esempio, una classica descrizione dello stato di crisi in cui versava il “paradigma” della tradizione astronomica tolemaica (Copernico scrisse, addirittura, che la tradizione astronomica classica aveva finito col creare semplicemente un *mostro*).

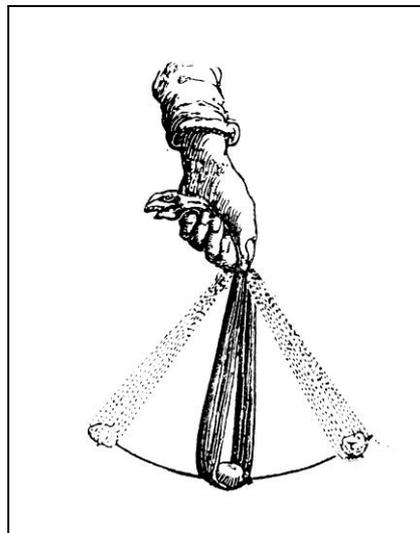
Questi passaggi di teoria, secondo Kuhn, costituiscono vere e proprie rivoluzioni perché il passaggio da un paradigma all'altro comporta un globale cambiamento di visuale, come avviene in quelle figure che possono rappresentare - secondo gli occhi di chi guarda - un'anatra o un coniglio.



### **Anatra o coniglio?**

*Durante le rivoluzioni gli scienziati vedono cose nuove e diverse anche guardando con gli strumenti tradizionali nella stessa direzione in cui avevano guardato prima (...) Quelle che nel mondo dello scienziato prima della rivoluzione erano anatre, appaiono dopo come conigli.*

Così, la stessa pietra, legata ad una corda ed oscillante, appariva agli scienziati prima di Galileo come un corpo che cadeva con difficoltà e dopo Galileo come un corpo che - astratte certe resistenze d'attrito - realizzava un movimento infinito, in un continuo scambio di forme di energia.



**La pietra oscillante**

Solo questa nuova visione permise di percepire la legge dell'isocronismo: una regolarità che sino ad allora era sfuggita ad ogni osservatore.

La visione del pendolo è il frutto di una serie di mutamenti intellettuali (nella seguente citazione da Kuhn le parentesi quadre esplicative sono nostre):

*Galileo vide la pietra oscillante in maniera del tutto differente. L'opera di Archimede sui corpi galleggianti [la scienza antica] fece considerare il mezzo non essenziale; la teoria dell'impeto [la scienza medioevale] rese il movimento simmetrico e permanente; il neoplatonismo [di cui era imbevuta la scienza rinascimentale] diresse l'attenzione di Galileo sulla forma circolare del movimento.*

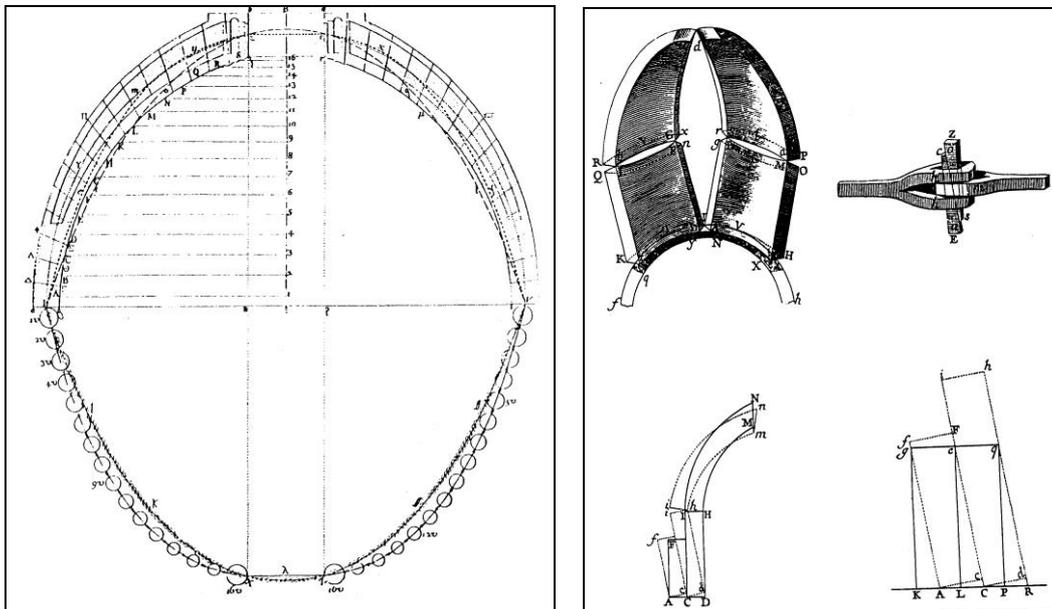
### **5.3 Necessità di una *teoria storica* dello sviluppo scientifico**

Volgendo il nostro sguardo al centinaio di libri che gli studiosi hanno indicato come fondamentali nello sviluppo storico della scienza delle costruzioni è legittimo domandarci: questa storia, di cui abbiamo abbozzato il quadro d'insieme, è davvero frutto solo dell'attuale visione della disciplina così che essa sarà, di volta in volta, da riscrivere in futuro?

Come abbiamo visto, questo è l'assunto più radicale della tesi di Kuhn per il quale ogni teoria scientifica davvero nuova ha una tale portata rivoluzionaria che costringe a ripercorrere la storia alla ricerca dei propri profeti.

Nella teoria delle strutture, un esempio pregnante di questo processo potrebbe essere dato dalla lettura storica di Heyman che, nelle sue opere, dà lo sviluppo dei metodi del calcolo rigido a plastico a rottura, con indicazione di brani scientifici che - pur contenuti in quel centinaio di testi fondamentali di cui si è detto - **non erano mai** stati prima di allora considerati sotto questa nuova luce.

Così Galileo (1638) ne sarebbe il precursore; Coulomb (1773) il più consapevole idealizzatore, distinguendo travi in legno per le quali formula correttamente la teoria dello stato tensionale e travi in pietra per le quali introduce procedimenti individuanti soluzioni limite; Poleni (1748), nei calcoli per la cupola di San Pietro, avrebbe per primo applicato il metodo statico, mentre in precedenza (1742) i tre matematici Le Seur, Jacquier, Boscovich avrebbero impostato il procedimento cinematico.



### Pionierismo del calcolo a rottura: metodo statico e metodo cinematico

L'attenta lettura delle opere di Heyman attenua però la radicalità della tesi di Kuhn: lo studioso inglese - lungi dal rileggere “tendenziosamente” tutta la storia alla luce del proprio paradigma - rintraccia le origini di una certa teoria e ricostruisce un filone di pensiero fino ad allora rimasto nascosto.<sup>5</sup>

<sup>5</sup> Rimandiamo, per approfondimenti, al capitolo 11, *The plastic design revolution*, del libro di W. Addis *Structural Engineering. The nature of Theory and Design*, 1990. Addis individua nella nascita della teoria plastica delle strutture un'autentica *rivoluzione kuhniana*, che ha comportato una radicale riorganizzazione di concetti: nella teoria elastica, ad esempio, le zone elasticizzate erano viste come “pericolose”, mentre nella teoria plastica, al contrario, esse contribuiscono alla maggiorazione del coefficiente di collasso. Il lettore è invitato a confrontare questa visuale storica di rivoluzioni mutuamente irriducibili con la nostra interpretazione per cui l'elemento sacrificato nella

## 5.4 Le successive teorie nella meccanica strutturale

La storia della scienza mostra che molte discipline ebbero una loro “infanzia” improntate ad una concezione quasi magica della realtà. Anche la scienza del costruire conobbe questa *volontà di onnipotenza* (come ad esempio la conobbe quell'alchimia che generò la chimica).

Vitruvio – come abbiamo già ricordato - ci trasmise la convinzione degli antichi che consideravano una reale integrazione tra il cosmo (l'universo colto nel suo ordine) e l'uomo.

Le leggi erano comuni: il cosmo era fondato su precise corrispondenze di rapporti geometrici che si potevano trovare anche nella figura umana (inscrivibile sia nel cerchio sia nel quadrato).

Vitruvio aggiunge che come un corpo umano è bello se ben proporzionato, allo stesso modo un edificio è bello se rispetta certe proporzioni che egli codifica.

Non solo: negli stessi elementi base delle costruzioni si ritrovano i rapporti tra le membra dell'uomo.

L'architetto che utilizza materiali di buona qualità - se rispetta alcune prescrizioni che egli dà nel corso della sua trattazione - non deve pensare ad altro: la solidità della costruzione (*firmitas*) è così risolta insieme al problema estetico (*venustas*).

Leggendo con attenzione Vitruvio abbiamo l'impressione che egli avverta il problema statico quale problema di instabilità di insieme: in questa ottica, pur non possedendo il moderno concetto di stato tensionale, risulta, ad esempio, logico consigliare fondazioni più larghe dei muri sovrastanti.

La lettura statica delle costruzioni si traduceva quindi nel problema di evitare movimenti rigidi e questo ci introduce alla seguente prima teoria strutturale.

---

tappa precedente (la presenza di zone con comportamento non elastico) diviene il concetto chiave per la successiva estensione teorica (la teoria *elasto-plastica*, che comprende come casi particolari sia la teoria elastica sia quella rigido-plastica).

**1. Leggere strutturalmente una costruzione è coglierla un insieme, scollegato, di elementi infinitamente rigidi e infinitamente resistenti. Le leggi dell'equilibrio ne verificano la stabilità.**

La meccanica allora nota (la legge delle proporzioni della leva) permette di verificare l'equilibrio e - come avveniva in un trattato perduto di Archimede, secondo la testimonianza di Erone - permette di ripartire un carico sostenuto da una trave sui suoi due appoggi.

Vitruvio conosceva certamente la legge della leva, ma la meccanica è coniugabile al costruire solamente quando il costruire è relativo alle macchine (di cui egli parla negli ultimi libri del suo trattato).

Il suo spirito pratico gli suggerisce che le leggi delle proporzioni non sono sempre rispettate in quel contesto: alcuni modelli di macchine belliche non funzionano in dimensioni maggiori.<sup>6</sup>

Galileo è autore di una profonda evoluzione nel campo delle teorie strutturali e pertanto è, a ragione, il fondatore della scienza delle costruzioni.

Egli considera il fenomeno della rottura che comporta una resistenza di valore finito per i materiali da costruzione.

Ecco perché i modelli delle macchine spesso funzionano soltanto in piccole dimensioni: solo che Galileo estende consapevolmente il principio ad ogni genere di costruzione ed anche agli organismi naturali.

---

<sup>6</sup> Anche le *teorie strutturali* dell'architettura gotica erano fondate sull'assunto che identificava geometria e statica.

A differenza, però, delle teorie "armoniche" precedenti, la ricerca dei rapporti non riguardava solo le dimensioni geometriche ma anche le forze (pesi e reazioni mutuamente scambiate tra gli elementi della costruzione).

Nell'allegato [5] sono esaminati i metodi progettuali dei maestri costruttori del periodo gotico: essi, probabilmente, adottarono un procedimento "trial and error" su modelli delle cattedrali. Per costruzioni in materiale, come la muratura lapidea, non resistente a trazione ma con elevata resistenza a compressione, **la stabilità può essere infatti ricondotta ad un problema puramente geometrico**. Vedi J. Heyman, *The stone skeleton*, Int. J. Solids Structures, 1966, v.2, 249-279

Chi, dunque, generalizza indebitamente gli assunti di Vitruvio ha torto: le proporzioni nel corpo umano non possono valere quali legge di rapporto essendo congeniali alla resistenza finita delle nostre membra solo alle nostre dimensioni. Chi volesse, aumentando di dimensioni, conservare ai suoi arti le stesse proporzioni dovrebbe deformarsi grottescamente come il gigante descritto dall'Ariosto, e citato da Galileo.

Ecco quindi, compiuta, la seconda teoria strutturale.

**2. Leggere strutturalmente una costruzione è cogliervi un insieme, scollegato, di elementi infinitamente rigidi e con resistenza finita. Le leggi dell'equilibrio applicate alla sezione di una trave permettono di verificarne la resistenza, espressa come forza interna in funzione della misura sperimentale di un'altra forza detta resistenza assoluta.**

L'analisi di Galileo esclude il fenomeno deformativo che fu possibile considerare solo dopo la scoperta del calcolo differenziale ed integrale, nel formalismo della scuola continentale di Leibniz.

Jacques Bernoulli, nel 1694, ponendo il problema dell'*elastica* compirà il primo passo verso la teoria completa che sarà formulata da Eulero. Quest'ultimo studioso è il creatore della moderna meccanica strutturale, fondata, come noto, sulla formulazione di equazioni di equilibrio in forma differenziale.<sup>7</sup>

Per avere equilibrio è necessaria una deformazione dei corpi: in ogni punto la deformazione che si svilupperà sarà quella necessaria per aver l'equilibrio in quello specifico punto.

**3. Leggere strutturalmente una costruzione è cogliervi un insieme, scollegato, di elementi deformabili con tensioni interne proporzionali alle deformazioni, semplicemente vincolati nello spazio. Le leggi dell'equilibrio permettono di ricavare le forze interne. Le leggi dell'equilibrio in forma differenziale permettono, di calcolare le tensioni e gli spostamenti, che risultano indipendenti.**

Navier, *linearizzando* le equazioni differenziali stabilite da Eulero, risolve per la prima volta il problema generale della trave i cui vincoli possano offrire reazioni in numero superiore alle equazioni di equilibrio (il numero dei vincoli è cioè maggiore di quello strettamente sufficiente a tenerla ferma nello spazio).<sup>8</sup>

Navier individua la funzione statica di questi vincoli supplementari e generalizza il concetto di forza interna introdotto da Eulero, comprendendo in esso anche le forze di natura “geometrica”, vale a dire le forze che non dipendono dalle sole equazioni di equilibrio, ma anche da condizioni geometriche.

#### **4. Leggere strutturalmente una costruzione è coglierla un insieme, scollegato, di elementi deformabili con tensioni interne proporzionali alle deformazioni, comunque vincolati nello spazio.**

Come noto Navier affrontò anche il problema della trave su più appoggi, ma il suo procedimento, fondato sull'integrazione della linea elastica, era troppo complesso per le pratiche applicazioni.

Il suo procedimento nascondeva il fatto che *egli vedeva la trave su più appoggi come un tutto unico* la cui deformata era, nei vincoli, soggetta a certi valori.

Un'altra visuale (più conveniente) vede invece nella trave continua diverse travi vincolate tra loro con vincoli di tipo elastico: la semplicità che ne deriva è testimoniata dalla particolare forma del sistema di equazioni risolvente (il celebre metodo dei tre momenti di Clapeyron).

La trave diventa così l'*elemento* costituente un organismo statico più generale che è il moderno concetto di *struttura*.

---

<sup>7</sup> Vedi l'allegato [8]

<sup>8</sup> Vedi l'allegato [10]

**5. Leggere strutturalmente una costruzione è cogliervi un insieme di elementi - le cui tensioni interne seguono con assegnata legge le deformazioni - comunque vincolati tra loro e nello spazio.**

E' dovuta a Castigliano la formulazione analitica del cosiddetto *calcolo non lineare* che, allo stato attuale della conoscenza, negli sviluppi computazionali più recenti, rappresenta la più generale teoria del comportamento strutturale.

### **5.5 La logica epistemologica nella successione delle teorie scientifiche**

Questa storia delle teorie strutturali, di cui abbiamo proposto la sintesi, può essere riletta come una successione di tappe di riorganizzazione del pensiero che, alla pari di altre discipline scientifiche, ha conosciuto i seguenti passaggi (vedi J. Piaget, R. Garcia, *Psicogenesi e storia delle scienze*. Milano, 1985):

- una prima riflessione sugli oggetti, volta a cogliere leggi ad essi strettamente correlate, ma senza cogliere nessi dovuti ad invarianti;
- una seconda riflessione nella quale si colgono i legami tra le operazioni della prima fase e gli invarianti ad esse associati;
- una terza riflessione nella quale si colgono i legami tra le operazioni della seconda fase e si scoprono invarianti più astratti.

Questa continua ricerca della necessità delle relazioni stabilite vede succedersi quindi la scoperta di relazioni tra oggetti, la scoperta dei legami tra le relazioni, lo **studio delle relazioni come nuovi oggetti**: il processo può continuare con astrazioni sempre crescenti.

Lo sviluppo della conoscenza non è quindi un accumulo continuo di nuove conoscenze ma la continua riorganizzazione di quanto già acquisito.

Conoscere è, in primo luogo, comprendere la *necessità* delle relazioni stabilite.

## 5.6 Tappe storiche nella *teoria delle macchine semplici*

Proviamo ad applicare i principi epistemologici del punto precedente all'evoluzione storica della meccanica (che ha coinciso praticamente per millenni con la costruzione della teoria della macchine semplici), individuando la formazione di astrazioni sempre crescenti, con il passaggio dall'*astrazione empirica* (concentrata solo sul fenomeno in gioco) all'*astrazione riflettente* (concentrata sulle relazioni stabilite viste come nuovi oggetti).

Ogni macchina semplice costituisce, come noto, un *sistema a vincoli incompleti*, nel quale la configurazione di equilibrio dipende da un solo parametro.

Sulla macchina agiscono due forze:

- la potenza  $\mathbf{P}$  (di modulo  $P$ ) applicata nel punto P
- la resistenza  $\mathbf{R}$  (di modulo  $R$ ) applicata nel punto R.

Se si applica il Principio dei Lavori Virtuali imprimendo l'unico spostamento compatibile con i vincoli, e si indica con:

- $\delta P$  la proiezione su  $\mathbf{P}$  dello spostamento di P
- $\delta R$  la proiezione su  $\mathbf{R}$  dello spostamento di R

si ha:

$$P \cdot \delta P + R \cdot \delta R = 0 \Rightarrow \frac{P}{R} = - \frac{\delta R}{\delta P}$$

All'equilibrio, dunque, i moduli della potenza e della resistenza sono in rapporto inverso degli spostamenti virtuali dei loro punti di applicazione, misurati nella direzione delle forze.

Consideriamo i casi emblematici della leva e della puleggia.

Nella leva, se  $d\alpha$  è la rotazione intorno al fulcro, e se indichiamo i due bracci con  $l_P$  e con  $l_R$  si ha:

$$\begin{aligned}\delta P &= \alpha \cdot l_P \\ \delta R &= \alpha \cdot l_R \\ \frac{P}{R} &= \frac{d\alpha \cdot l_R}{d\alpha \cdot l_P} = \frac{l_R}{l_P}\end{aligned}$$

Nei sistemi di pulegge, costituiti da  $n$  pulegge fisse e da  $n$  pulegge mobili, collegate in modo da sostenere un carico  $R$ , se si esercita la potenza  $P$  sul capo libero della fune spostandolo di  $\delta P$ , il carico sale - come può rilevarsi da una diretta analisi cinematica -

$$\text{di } \delta R = \frac{\delta P}{2n}.$$

Pertanto:

$$\frac{P}{R} = \frac{\delta R}{\delta P} = 2n$$

**Nello studio della leva il legame tra spostamenti è nascosto in quello che sembrerebbe solo un rapporto geometrico tra bracci.**

Lo studio delle pulegge invece esplicita l'uguaglianza tra il lavoro motore e quello resistente: fu Cartesio a comprendere per primo il vantaggio di utilizzare un unico principio per studiare entrambi i meccanismi. In un trattato del 1637 infatti egli, in base all'unico principio dell'uguaglianza dei lavori motore e resistente, espone la teoria di tutte le macchine *semplici* (puleggia, piano inclinato, cuneo, ruota, vite, leva).

Nel volume *Opuscola Posthuma* (1704) è contenuta una memoria di Cartesio nella quale la spiegazione della teoria di *ogni* macchina è ricondotta al seguente principio: ci vuole la stessa forza per sollevare un peso di 100 libbre all'altezza di 2 piedi che per sollevare 200 libbre all'altezza di 1 piede.

Galileo nel trattato *Le mecaniche* (1593) riduce tutte le macchine semplici (puleggia, piano inclinato, cuneo, ruota, vite, leva) alla leva.<sup>9</sup> Cartesio, nel 1637, espone la teoria di tutte le macchine semplici in base all'unico principio dell'uguaglianza dei lavori motore e resistente: fu così il primo a studiare leva e puleggia sulla base di un unico principio.

Varignon nella prefazione alla *Nouvelle Mécanique*, scrisse di essere rimasto colpito da una frase di Cartesio. “è ridicola cosa utilizzare la legge della leva nelle pulegge” (“c’est une chose ridicule, que de vouloir employer la raion du levier dans la poulie”).

---

<sup>9</sup> Vedi l'allegato [10] ai punti 2.10.10-11

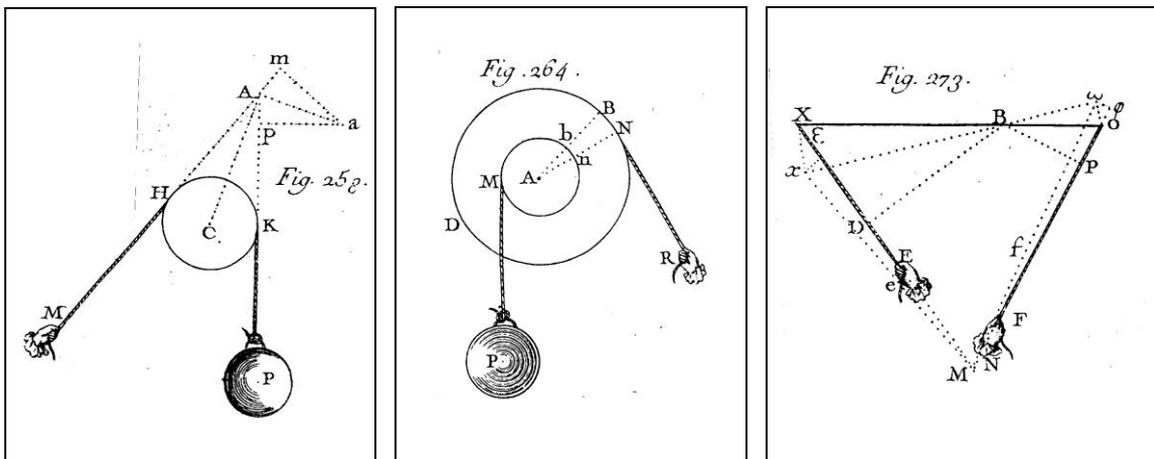
# P R E F A C E.

**A** l'ouverture du second Tome des Lettres de M. Descartes, je tombai sur un endroit de la 24. où il dit que c'est une chose ridicule, que de vouloir employer la raison du Levier dans la Poulie. Cette réflexion m'en fit faire une autre; sçavoir, s'il est plus raisonnable de s'imaginer un Levier dans un poids qui est sur un plan incliné, que dans une Poulie. Après y avoir pensé, il me sembla que ces deux Machines étant pour le moins aussi simples que le Levier, elles n'en devoient avoir aucune dépendance, & que ceux qui les y rapportoient, n'y étoient forcez, que parce que leurs principes n'avoient pas assez d'étendue pour en pouvoir démontrer les propriétés indépendamment les unes des autres.

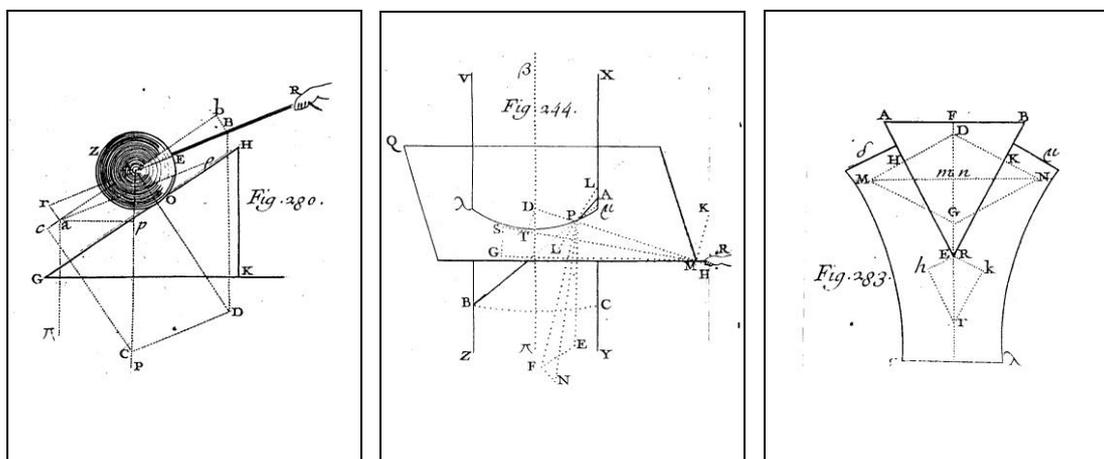
En effet en examinant ces principes un peu de près, il me parut qu'ils ne pouvoient servir tout au plus qu'à démontrer que l'équilibre se trouve toujours dans un Levier auquel sont appliquez deux poids qui sont entr'eux en raison reciproque des distances de leurs lignes de direction à son point d'appui; encore n'étoit-ce qu'en ce cas: 1°. Que ce Levier fût droit. 2°. Que son point d'appui fût entre les lignes de direction des poids qui y sont appliquez, 3°. Que ces mêmes lignes

Tome I. E

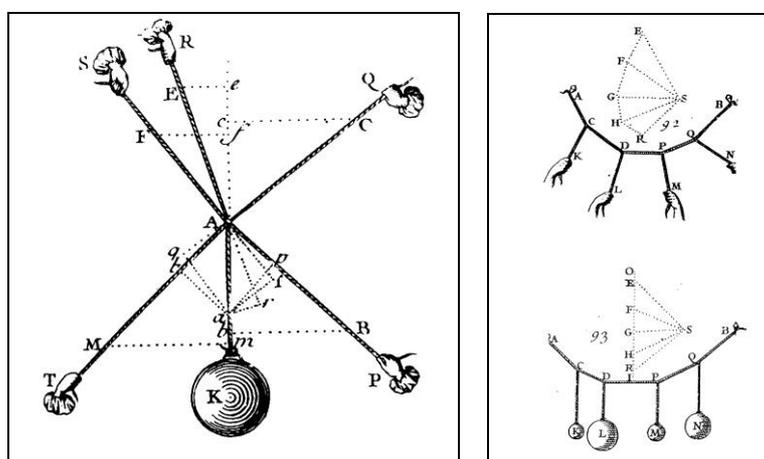
Pagina ove Varignon riporta la frase di Cartesio su leva e puleggia



Le prime tre macchine semplici: pulegge, ruota, leva (Varignon)



### Le altre tre macchine semplici: piano inclinato, vite, cuneo (Varignon)



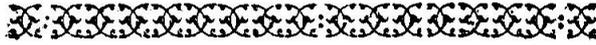
### Esempi di funicolare (Varignon)

Varignon studiò tutte le macchine semplici (alle sei macchine classificate da Pappo aggiunse quella costituita da funi per sostenere pesi: *la funicolare*) indagando sulle condizioni di equilibrio delle forze stesse.

Il trattato contiene infine l'enunciato del Principio dei lavori virtuali (una proposizione *così generale e bella* a lui comunicata da Jean Bernoulli, con lettera del 26 gennaio 1717).

Varignon dimostra che la proposizione del Bernoulli è **deducibile** dalla teoria esposta nel trattato per ciascuna delle macchine semplici.<sup>10</sup>

<sup>10</sup> Vedi l'allegato [10] ai punti 3.3.8-12



## SECTION IX.

*Corollaire general de la Théorie précédente.*

**D**Ans une Lettre écrite de Bâle le 16. Janvier 1717. M. ( Jean ) Bernoulli, après y avoir défini ce qu'il entendoit par le mot d'*Energie*, de la maniere qu'on le va voir dans la définition suivante, m'annonça qu'en tout *équilibre de forces quelconques, en quelque maniere qu'elles soient appliquées les unes sur les autres, ou médiatement ou immédiatement; la somme des Energies affirmatives sera égale à la somme des Energies negatives, prises affirmativement.*

Cette proposition me parut si generale & si belle, que, voyant que je la pouvois aisément déduire de la Théorie précédente, je lui demandai la permission qu'il m'accorda, de l'ajouter ici avec la démonstration que cette Théorie m'en fournissoit, & qu'il ne m'envoyoit pas. La voici séparée pour toutes les Machines précédentes; la Théorie, qui en étoit achevée lorsque ce sçavant Mathématicien m'annonça cette proposition, ne m'ayant pas permis de la démontrer sur chacune de ces Machines en sa place, sans changer un très-grand nombre de citations répandues dans cette Théorie, & toutes celles des Figures qui auroient suivi la premiere des nouvelles qu'il y auroit fallu ajoûter dès la Section 2. ce qui m'auroit fort embarrassé, & exposé à de fausses citations, n'étant pas possible de n'omettre aucun de ces changemens. Pour l'intelligence de cette proposition de M. Bernoulli, & de la démonstration que la Théorie précédente en va fournir. Voici comment il s'expliquoit sur ce qu'il entendoit par le mot d'*Energie*, dans la Lettre où il m'annonçoit cette belle proposition.

## PROPOSITION GENERALE.

## THEOREME XL.

*En tout équilibre de forces quelconques, en quelque maniere qu'elles soient appliquées, & suivant quelques directions qu'elles agissent les unes sur les autres, ou médiatement, ou immédiatement, la somme des Energies affirmatives sera égale à la somme des Energies negatives prises affirmativement.*

L'enunciato del *Principio dei Lavori Virtuali* nel 1717 (da Varignon)

## 5.7 Tappe riorganizzative della conoscenza nella meccanica

Lo sviluppo della teoria delle macchine semplici, da noi tracciato nel punto precedente, è al riguardo quanto mai emblematico.

Rimandando per i necessari approfondimenti all'allegato [10] e ai seguenti testi:

R. Dugas, *Histoire de la mécanique*, 1950 (trad. Inglese 1988)

G. Colonnetti, *Scienza delle costruzioni : teoria generale dell'equilibrio*, 1953

R. Sparacio, *La scienza e i tempi del costruire*, 1999

E. Benvenuto, *An introduction to the History of Structural Mechanics*, 1990

invitiamo il lettore a rileggere sotto questa luce:

- la prima fase della meccanica che ha come modello la geometria di Euclide: i casi complessi sono ricondotti a casi elementari (la cosiddetta *antica* teoria delle macchine semplici);
- la seconda fase che riduce tutte le macchine semplici alla teoria di una di esse (la riduzione operata da Galileo, nel 1593, di tutte le macchine semplici alla legge della leva);
- la terza fase che espone la teoria di tutte le macchine semplici in base all'unico principio dell'uguaglianza dei lavori motore e resistente (Cartesio, 1637);
- la quarta fase che opera la stessa riduzione sulla base del solo principio dell'equilibrio delle forze (Varignon, 1687);
- la quinta fase che rilegge tutta la teoria alla luce del solo principio dei lavori virtuali (Jean Bernoulli, 1717).

Allo stato attuale della conoscenza il Principio dei Lavori Virtuali rappresenta lo strumento più astratto e più potente della teoria meccanica.

L'astrazione del principio non esimerà però Lagrange dal darne, come noto, una celebre giustificazione intuitiva che lo traduce nella forma di una sorprendente analogia: un corpo perde l'equilibrio se l'insieme delle forze cui è soggetto può compiere lavoro, così come un corpo pesante, *se può cadere, cade*.

## 5.8 Tappe riorganizzative della conoscenza nella meccanica delle strutture

Riprendiamo le cinque tappe evolutive da noi individuate nello sviluppo della teoria delle strutture (punto 5.1), ed applichiamo i principi epistemologici del punto 5.5.

- **Archimede** legge una costruzione come una *macchina semplice congelata*: la trave riceve dagli appoggi le forze (esterne alla trave stessa) che darebbero l'equilibrio ad una bilancia fittizia. Egli applica una legge di proporzione. I casi complessi sono ricondotti a casi elementari.
- **Galileo** applica la legge della leva per un equilibrio di tipo diverso, tra il momento agente ed il momento resistente in una sezione interna alla trave. Egli applica una legge di equilibrio tra l'azione esterna e l'azione interna resistente. I casi elementari sono ridotti ad uno solo di essi (legge della leva).
- **Eulero**, grazie al calcolo infinitesimale, ricava le condizioni generiche dell'equilibrio, sulla base delle equazioni cardinali della statica, da lui stesso stabilite. La legge della leva è un caso particolare derivante da un principio più astratto (il rispetto delle equazioni cardinali della statica).
- **Navier** risolve le strutture iperstatiche sulla base della stessa analogia di Archimede: le forze incognite dei vincoli supplementari sono quelle che annullerebbero gli spostamenti concessi dalla loro soppressione. Questi spostamenti sono ottenuti sulla base di una generalizzazione del concetto di azione interna, per comprendere anche gli effetti delle reazioni iperstatiche stesse.
- **Castigliano**, grazie al suo teorema sulle derivate del lavoro di deformazione (o meglio dell'*energia complementare elastica*) costruisce la teoria delle strutture in base ad un unico principio (energetico).

Mohr nel 1874 individua nel principio dei lavori virtuali la via più generale per la risoluzione delle strutture iperstatiche.

Nel 1883 Muller-Breslau chiarì che il procedimento di Castigliano e quello di Mohr portano ad identici risultati.

## **5.9 Evoluzione o rivoluzioni nella storia della scienza?**

Come conciliare la visione storica degli epistemologi come Piaget che vedono un'evoluzione continua nella riflessione scientifica (evoluzione da noi delineata al punto 5.6 per la teoria delle macchine semplici e al punto 5.8 per la teoria delle strutture), fatta di tappe di riorganizzazione della conoscenza, con la visione storica degli studiosi come Kuhn che vedono una successione di rivoluzioni concettuali, ciascuna delle quali comporta un globale cambiamento di visuale?

L'esempio della pietra oscillante (riportata al punto 5.2) darebbe ad esempio luogo a due visuali che apparirebbero inconciliabili (la visuale pregalileiana di un corpo che cade con difficoltà e la visuale moderna di un corpo che oscillerebbe all'infinito, se non fosse sempre più rallentato da resistenze e attriti).

In questo esempio sembrerebbe davvero difficile cogliere nella seconda visuale l'effetto generalizzante di una riflessione che conduce a livelli più astratti le relazioni concepite nella prima.

Per risolvere l'enigma è necessario convincere il lettore della validità di un principio esplicativo nella formazione delle teorie scientifiche che potremmo denominare ***principio di concettualizzazione dell'elemento sacrificato***.

A nostro parere, gli studiosi non hanno ancora posto sufficiente attenzione alla seguente circostanza: ogni tappa nella fisica matematica è contraddistinta dalla nuova lettura - concessa dall'evoluzione dello strumento matematico e delle apparecchiature sperimentali - di una di quelle circostanze che accompagnavano il fenomeno indagato e che era stata o ignorata o avvertita come ***elemento di disturbo*** nella lettura degli elementi considerati invece fondamentali.

Nello sforzo di chiarire il nostro pensiero abbiamo pensato di ricorrere, nel punto successivo **5.10**, ad un esempio elementare, per il quale chiediamo la fiducia del lettore affinché concentri su esso la sua paziente attenzione.

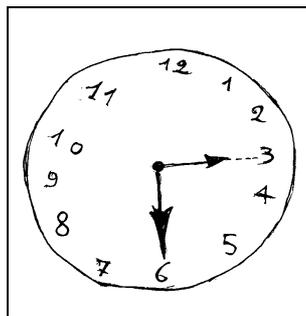
### **5.10 Una *conchiglia fossile* nel processo di formazione delle conoscenze**

Come introdotto al punto precedente, la nostra lettura storica dello sviluppo della meccanica è centrata sulla seguente constatazione: **noi vediamo *solo* quanto siamo riusciti a concettualizzare.**

**La prima consapevolezza della fecondità di questa impostazione è legata ad un episodio biografico che, sempre contando sulla benevolenza del lettore, non esitiamo a raccontare.**

Mio figlio Giovanni, all'età di 6 anni, aveva appena iniziato a leggere le ore. Un giorno gli chiesi l'ora e mi rispose che erano le **3 e mezza**.

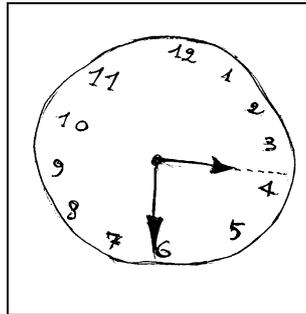
Poiché si mise a ricopiare l'orologio, lo invitai a tracciare anche le lancette ed egli fece un disegno simile a questo:



**Il primo orologio tracciato da Giovanni nel 1999**  
[ridisegnato da Serena nel 2005]

“Giovanni, guarda bene la lancetta corta delle ore. Vedi non è sul 3. E’ a metà strada tra il 3 e il 4. Infatti non sono più le 3 e non sono ancora le 4.”

Ricordo perfettamente lo stupore negli occhi del mio bambino. *“E’ vero, papà. Anche io con gli occhi vedevo che la lancetta corta non era proprio sul 3, ma io nella mia mente la raddrizzavo, altrimenti non riuscivo a leggere l’ora.”*[Sottolineo che mio figlio mi rispose *letteralmente* così].  
Giovanni allora disegnò nuovamente l’orologio.



Il secondo orologio tracciato da Giovanni nel 1999  
[ridisegnato da Serena nel 2005]

E’ essenziale comprendere non solo che l’*occhio dell’intelletto* aveva la necessità di *raddrizzare* la lancetta delle ore, ma anche che Giovanni divenne consapevole di una posizione intermedia delle lancette *solo* dopo che riuscì a coglierne un significato.

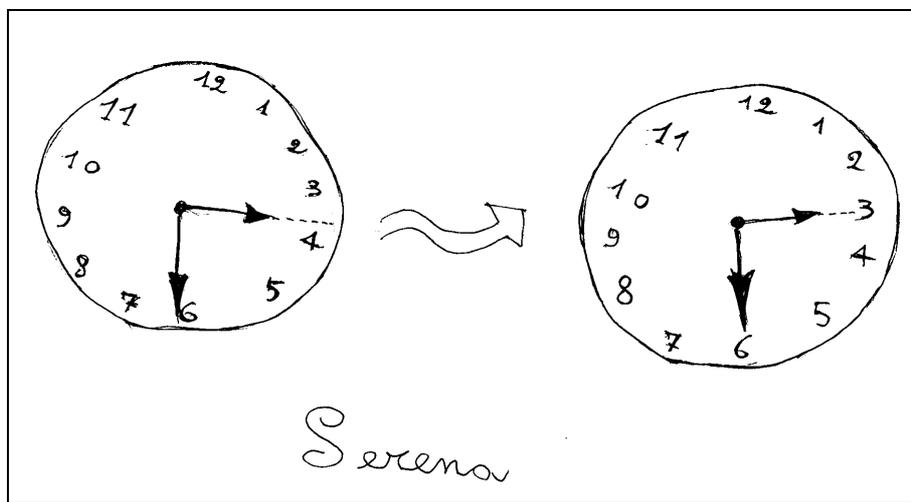
La questione è così essenziale che invitiamo caldamente il lettore a una **meditazione sufficientemente prolungata**: nella lettura di un orologio digitale noi *non* diamo significato al lampeggio che accompagna la formazione delle cifre (che anzi è considerato elemento di disturbo).

Così un bambino piccolo non dà significato allo scorrere della lancetta delle ore che egli preferirebbe avanzasse con *un solo scatto* da un numero all’altro.

E’ interessante osservare che quando comprese il significato del movimento della lancetta delle ore, Giovanni concluse: *“Da quando ho scoperto che la lancetta delle ore si muove anche lei [vale a dire si muove in modo continuo, non*

avanzando a scatto come la lancetta dei secondi di molti orologi] *per leggere l'ora non ho più bisogno di raddrizzarla nella mia mente.*”

**Quel fenomeno che ad un certo livello di comprensione è ignorato o avvertito come *rumore di fondo* nello sforzo di percezione della realtà, ad un livello di comprensione più profondo, diviene lo strumento che riesce ad interpretare casi più complessi, comprendendo quello iniziale quale caso particolare.**



**Il meccanismo fondamentale nella formazione delle teorie scientifiche**

Attribuiamo importanza a questo episodio e consideriamo una fortuna avere conservato traccia di questa *conchiglia fossile* nel processo di formazione intellettuale di un bambino.

L'espressione *conchiglia fossile* è stata suggerita dallo studio del libro *La meccanica nel suo sviluppo storico-critico*, di Mach (1883).

Lo studioso scrive, a proposito della famosa trattazione del piano inclinato ad opera di Stevino fondata sull'impossibilità di un moto perpetuo: "*La trattazione di Stevino è, nella preistoria della meccanica, come una conchiglia fossile che ci illumina assai bene sul processo di formazione della scienza, sulla sua origine da conoscenze istintive*".

## 5.11 Applicazione del principio ad esempi storici

L'intera fisica di Aristotele è, a nostro parere, fondata sul meccanismo concettuale per cui ogni movimento è una *transizione di stato* priva di autentico significato (con l'eccezione dei movimenti "eterni" dei corpi celesti).

Dopo duemila anni Galileo scoprirà che anche il movimento segue leggi rigorose, impostando quel chiarimento che è la chiave di volta della legge di inerzia e quindi della meccanica moderna: non è il movimento che necessita spiegazione ma unicamente la variazione di esso.

Applichiamo questa nostra impostazione per la lettura dell'evoluzione scientifica, fondata sulla **trasformazione del rumore di fondo in un certo stadio di sviluppo scientifico nella chiave interpretativa dello stadio successivo**, all'esempio della pietra oscillante del punto 5.9.

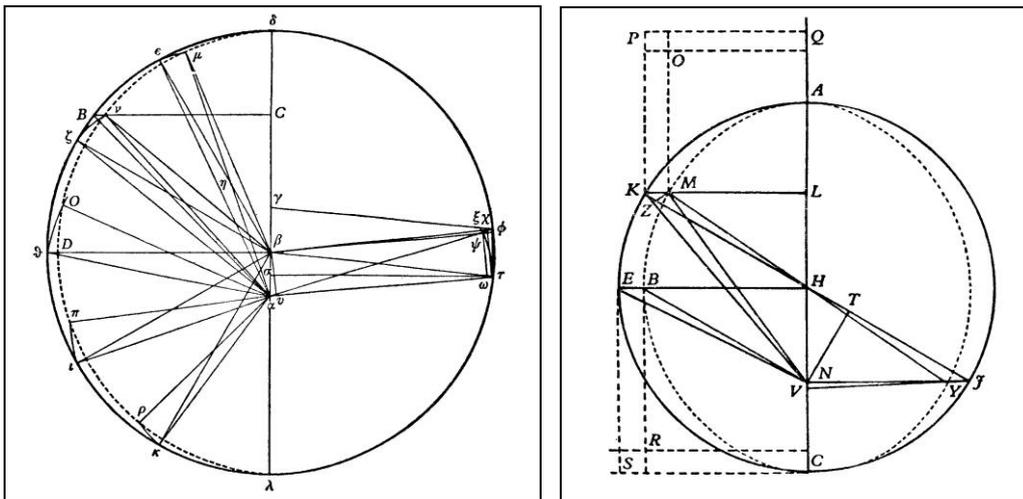
Un aristotelico vede nella pietra oscillante solo un movimento imposto – quasi una ferita che la natura deve affrettarsi a rimarginare – irrimediabilmente destinato, a meno di successivi impulsi, ad autoestinguersi.

Dopo Galileo la pietra appare dotata di un movimento periodico perpetuo che solo gli inevitabili attriti possono far finire.

Il movimento, considerato nella teoria precedente un fenomeno di disturbo nella lettura degli elementi fondamentali (che per Aristotele erano semplicemente gli *stati*, ovvero le occupazioni di luoghi determinati) diviene – grazie all'evoluzione della matematica e delle prove sperimentali - la chiave interpretativa della teoria successiva.

Comprendere la legge matematica del moto dà ragione **sia** di un teorico movimento eterno **sia** del suo reale progressivo rallentamento.

N. Russell Hanson nel libro *I modelli della scoperta scientifica*, Milano, 1978, propone quale esempio storico di svolta nell'organizzazione concettuale di una teoria scientifica i due diagrammi disegnati da Keplero rappresentanti l'orbita di Marte.

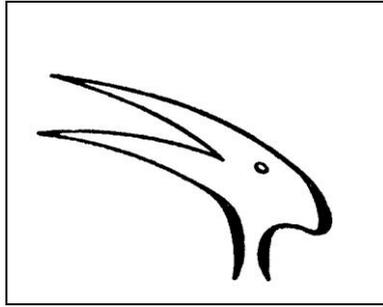


**L'orbita di Marte negli studi di Keplero (1609)**

Nel primo diagramma - ove compare il disegno della prima curva non circolare nella storia dell'astronomia, in *Astronomia nova*, 1609 - l'ellisse era stata tracciata solo quale approssimazione della figura ovoidale che Keplero aveva pensato di attribuire all'orbita (l'ellisse aveva il vantaggio di essere matematicamente indagabile grazie ai risultati di Archimede).

Nella seconda figura, al contrario, l'ellisse è descritta come l'*unica curva* in grado di interpretare le osservazioni astronomiche, in quanto erano proprio le "librazioni" sul diametro circolare a portare ad una figura ellittica.

Seguendo un ragionamento dimostratosi non corretto, Keplero vedeva invece, in precedenza, contraddizione tra le "librazioni" osservate e la traiettoria ellittica.



### Uccello o antilope?

Il nuovo diagramma è la rappresentazione di un modello differente di organizzazione concettuale (Rullell Hanson utilizza l'analogia visuale per cui l'uccello è improvvisamente visto come un'antilope) tracciato da Keplero dopo un trasalimento (“*O me ridiculum*”) di cui l'*Astronomia nova* documenta l'intensità.

*Il problema angoscioso che non riuscivo a risolvere, per quanto mi ci si rompesse la testa fino ad arrivare sull'orlo della pazzia, era perché il pianeta, al quale veniva attribuita, con così grande probabilità e con tanto grande accordo con le distanze osservate, la librazione sul diametro, preferisse invece seguire una traiettoria ellittica, indicata dalle equazioni.*

***O me ridicolo!** Come se una librazione sul diametro non potesse condurre all'ellisse.*

A nostro parere questa documentata cronaca (definita da Peirce l'esempio più sottile di *abduzione* mai compiuto) di “differente organizzazione concettuale” riconferma che le evoluzioni scientifiche sono collegate alla risoluzione di una contraddizione per cui concetti apparentemente irriducibili sono visti sotto un'unica luce.

Quindi più che *differente* organizzazione concettuale si dovrebbe parlare di *riorganizzazione* della stessa: nella teoria di Keplero lo scostamento dalla circolarità dell'orbita non è più considerato una sorta di elemento di disturbo (da “correggere” come aveva fatto Tolomeo) ma ne costituisce la *chiave* di volta.

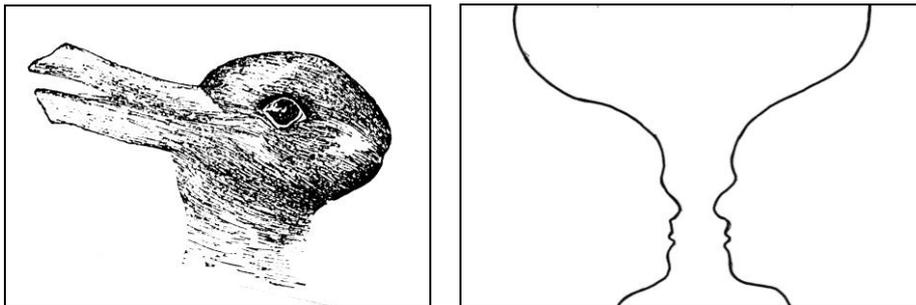
Kuhn ha individuato la *rivoluzione* scientifica in un radicale cambiamento di visuale ma non ha sufficientemente considerato che

**non vi è scambio tra elementi di pari valore** ma la concettualizzazione di un elemento che appariva trascurabile (o disturbante) nella teoria precedente.<sup>11</sup>

Lo studio della storia della scienza condotto con il nostro metodo che, pazientemente, ricostruisce l'intima struttura dei testi – conclusione dopo conclusione, formula dopo formula – non è *mai* riuscito a rilevare *papere* trasformate in *conigli* al passo successivo.

Proponiamo pertanto nel prossimo punto un'analogia visuale che sembrerebbe più pertinente.

### **5.12 Analogie visuali per la comprensione dell'evoluzione scientifica**



**Analogie visuali nella filosofia della scienza**

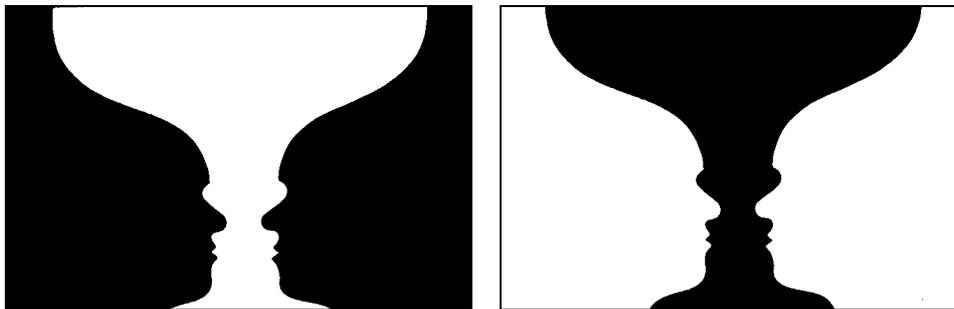
Come noto, per mostrare il cambio di mentalità dovuto ad una svolta teorica nella costruzione delle teorie scientifiche si fa a volte uso di

---

<sup>11</sup> E' questa considerazione che permette di ricondurre ad una "logica di sviluppo" la successione delle teorie scientifiche che, nella nostra lettura storica, non seguono affatto un percorso rimbalzante da una rivoluzione all'altra, secondo lo schema di Kuhn. Lo studioso americano scrisse al proposito: "*Nulla di ciò che abbiamo detto, o diremo, ne fa un processo di evoluzione verso qualcosa*" "*Non riesco a vedere, nella loro successione [delle teorie scientifiche] nessuna direzione coerente di sviluppo ontologico*" (Kuhn, *La struttura delle rivoluzioni scientifiche*, IV edizione, Milano, 1978, p. 205, p. 247).

analogie visuali, come la famosa coppia di immagini papera-coniglio (o quella, appena vista, uccello-antilope).

In altri testi è riportata invece la coppia vaso-volti, sfruttando l'inversione tra la figura e lo sfondo: la stessa immagine può volere significare due volti simmetrici accostati, ovvero il profilo di un vaso. Per maggior chiarezza le due immagini richiamate dalla stessa figura sono state annerite.

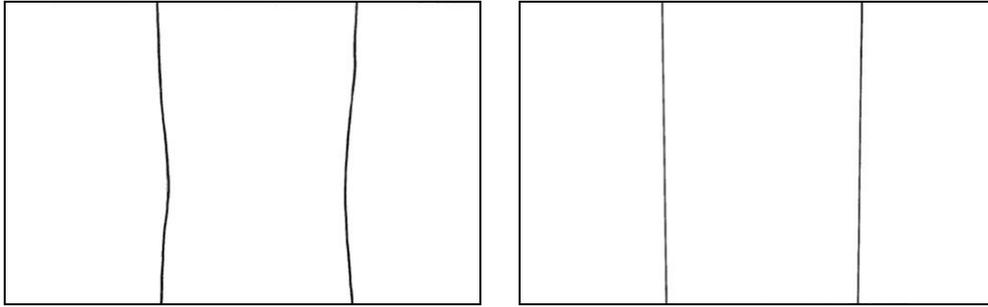


Scambio *gestaltico* nella percezione dell'immagine

Per quanto detto al punto precedente, anche questa diversa analogia visuale non coglie il fatto seguente: *non* si tratta, infatti, di porre nuova attenzione ad un elemento che prima era paragonabile allo *sfondo* sulla quale risaltava l'immagine da noi percepita.

Si tratta invece di riconsiderare come significativo proprio quell'elemento la cui stessa percezione avevamo dovuto sacrificare nello sforzo di trovare il modello.

Consideriamo la seguente coppia di figure e supponiamo che il fenomeno da noi studiato, nelle particolari condizioni in cui è stato sperimentato, dia luogo ad una rappresentazione geometrica come nella figura di sinistra.

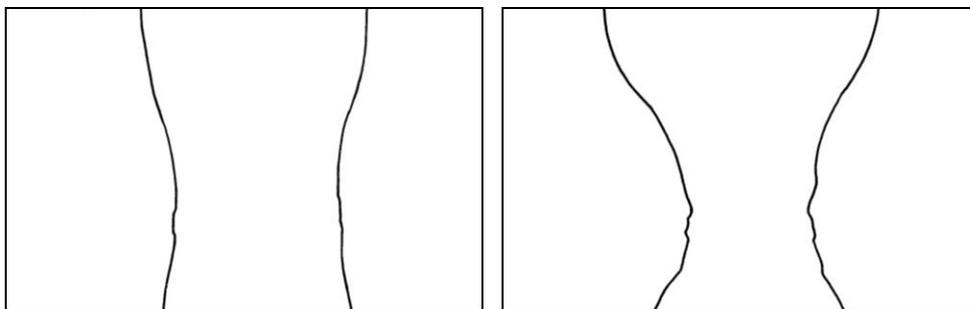


### **Rappresentazione geometrica e modellazione di un fenomeno**

Il nostro primo tentativo teorico non lo modellerebbe come la coppia di segmenti che appare nella figura di destra?

Nell'eseguire questa ricostruzione della realtà, seguiremmo lo stadio teorico cui è giunta la nostra riflessione che non sa attribuire alcun significato alle oscillazioni delle due linee che sono solo approssimativamente diritte e verticali (così come Giovanni era costretto a *raddrizzare* le lancette per poter cogliere numeri interi).

Supponiamo ora che lo sviluppo degli strumenti analitici e sperimentali ci permetta di cogliere la legge che comanda l'oscillazione delle due linee (così come Giovanni – divenuto consapevole dei numeri frazionari, è finalmente in grado di leggere la posizione della lancetta in posizione intermedia).

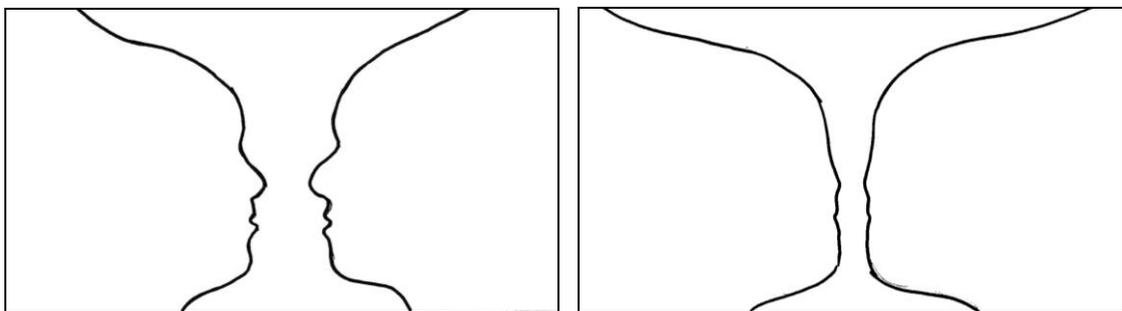


### **Rappresentazioni concesse da strumenti più raffinati**

Siamo allora in grado di seguire il fenomeno indagato anche in altre circostanze, per le quali la schematizzazione delle linee in segmenti sarebbe stata inimmaginabile (e che quindi avremmo studiato quali casi separati e non riconducibili ai primi).

La cosa essenziale è che grazie alla comprensione della legge possiamo **sia** ritrovare il modello semplificato iniziale (i due segmenti rettilinei) **sia** altre situazioni: i volti (che in uno stato intermedio sono intercambiabili con il profilo del vaso) o il vaso.

Fenomeni prima indagati come casi separati possono essere finalmente letti alla luce di un unico principio.



**Altre rappresentazioni geometriche del fenomeno**

Attribuire significato alle oscillazioni delle linee (concettualizzare l'elemento trascurato) coincide con l'evoluzione ad una tappa successiva di riorganizzazione della conoscenza.

Vedremo inoltre<sup>12</sup> che questa riorganizzazione fa uso di una generalizzazione dell'ente formale, strumento linguistico interpretativo del fenomeno.

Siamo riusciti così a conciliare visuali epistemologiche apparentemente irriducibili l'una all'altra: la scienza avanza per tappe **discrete** (come voleva Kuhn) di riorganizzazione della conoscenza,

ciascuna delle quali è contraddistinta dalla **concettualizzazione di un elemento sacrificato nella tappa precedente**, concettualizzazione coincidente con l'espressione più generale ed **astratta** dei concetti già acquisiti ai passi precedenti (come voleva Piaget).

Giovanni ha visto il movimento della lancetta delle ore quando ha saputo *generalizzare il concetto stesso di ora*, concependo non solo le ore espresse da numeri interi, ma anche le ore frazionarie. Ricordo che domandò: *“Perché devo anche guardare la lancetta lunga?”*.

Lo sviluppo di una teoria non è l'accumulo di conoscenze ma l'organizzazione di quelle acquisite: *pensare non è aumentare il numero dei pensieri ma il loro ordine* (Leibniz).

Da questa riorganizzazione delle nozioni acquisite guadagnamo così la consapevolezza di poter **vedere sia la papera sia il coniglio**.<sup>13</sup>

### **5.13 Applicazione allo sviluppo delle teorie strutturali**

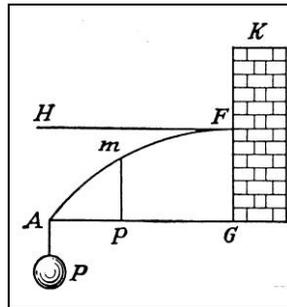
Siamo ora in grado di riprendere i modelli della teoria delle strutture del punto **5.1** e di rileggerne lo sviluppo alla luce del nostro *principio di concettualizzazione dell'elemento trascurato* (destinato ad essere inquadrato, nello sviluppo successivo quale possibile ipotesi semplificatrice).

Sia la trave geometrica di Archimede, sia quella rigida di Galileo sono casi particolari della trave elastica di Eulero.

---

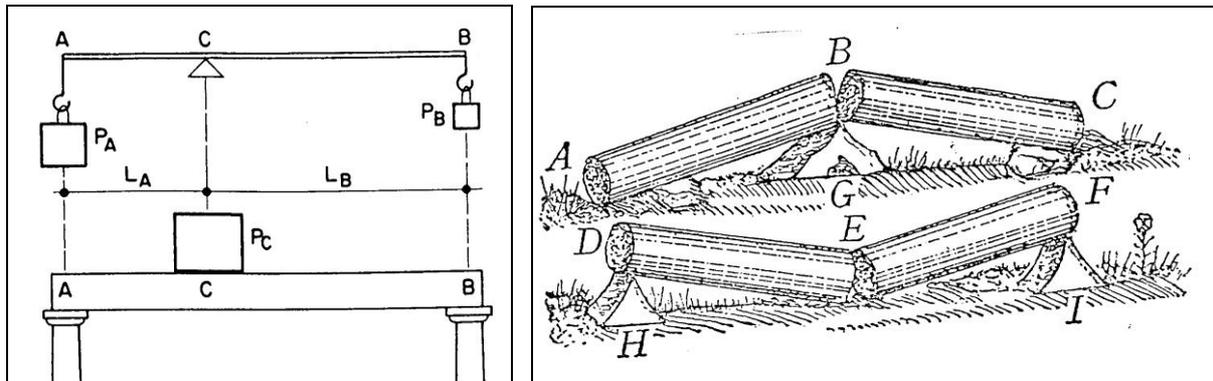
<sup>12</sup> Vedi il punto 5.16

<sup>13</sup> Non è vero, ad esempio, che noi, a differenza degli antichi crediamo il Sole fermo e la Terra in movimento. **Rivoluzione copernicana non significa semplice scambio di ruolo tra la Terra e il Sole**, ma consapevolezza del movimento della Terra (il celebre “eppur si muove” galileiano). A seguito di questa consapevolezza noi possiamo *vedere* –



La trave elastica di Eulero

La deformazione della trave (che sembrava costituire *elemento di disturbo* nella lettura del modello semplificato alla base di entrambe le teorie) è la chiave interpretativa di entrambe, in quanto può comprenderle come casi particolari.



Le travi geometrica e rigida

L'affermazione sembrerebbe avere validità generale nell'evoluzione della fisica matematica: la meccanica di Newton aveva necessità di una percezione di spazi e tempi assoluti che acquisiva come **dato di fatto senza consapevolezza di un'ipotesi semplificatrice**; la meccanica di Einstein nasce propriamente nella critica di questa assunzione.

---

secondo la semplicità che potrebbe derivarne – ferma la Terra o fermo il Sole (ovvero, con concezione certo più moderna, in moto entrambi).

*E' necessario precisare, infatti, che se noi fossimo davvero consapevoli che stiamo operando una semplificazione agiremmo già in seno ad una teoria più generale.*

Galileo non aveva consapevolezza che la deformazione della trave contribuiva alla resistenza delle costruzioni: assumeva come dato di fatto che la legge della leva – una legge geometrica – fosse sufficiente ad indagare il fenomeno.

#### **5.14 Rilettura dell'evoluzione delle teorie strutturali**

Ripercorriamo ancora lo sviluppo delle teorie strutturali evidenziando per ogni tappa riorganizzativi del pensiero **l'analogia risolutiva** che estende il modello precedente.

L'utilizzo esplicativo dell'analogia non obbedisce ad un intento divulgativo, ma, al contrario, alle leggi stesse del pensiero.

Vi è un passo attribuito al pitagorico Filolao per cui *“la conoscenza deve seguire la natura dello gnomone”*.

Ricordiamo che Erone definiva gnomone ogni figura geometrica che aggiunta ad un'altra figura la manteneva simile a quella di partenza, *amplificava cioè mantenendo la similitudine*.

Se *“l'anima è un logos che si accresce”* secondo la celebre sentenza di Eraclito, solo scoprendo in una serie di cose un principio di identità noi possiamo *comprendere* (cioè, letteralmente, prendere con noi).

**L'analogia è precisamente questa operazione intellettuale per cui una felice associazione del pensiero riconduce ciò che sembrava ignoto a ciò che in realtà noi già conosciamo, in quanto capaci dell'estensione del modello precedente.**

Invitiamo il lettore a considerare l'analogia tra la propagazione della luce e la propagazione del suono introdotta da Huygens nel 1678.

*“Huygens non mostra di congetturare prima una teoria e di aggiungere poi ad essa una visualizzazione; al contrario, il modello è*

*la via con cui egli pensa la sua teoria”....”Il concetto teorico è una metafora: esso è perfettamente significante fin dall’origine e non ha bisogno di una interpretazione logicamente distinta dalla sua formulazione”.*<sup>14</sup>

Simone Weil, in una lettera al filosofo Alain, esprime un concetto simile in modo particolarmente incisivo:

“Solamente l’analogia dà la possibilità di pensare in un modo che è allo stesso tempo assolutamente puro ed assolutamente concreto. Si pensano soltanto cose particolari e si ragiona solo sull’universale (...)”

Il **modello di Castigliano** (soluzione di strutture non lineari) ha esplicitato (concettualizzato) l’assunzione precedentemente implicita per cui era scontata l’identità tra sezione reagente e sezione geometrica (definita da Castigliano sezione “*apparente*”).

Possiamo quasi dire che la fessurazione appariva come un fenomeno di disturbo nella teoria precedente che assumeva come dato di fatto la *coincidenza tra struttura e costruzione*, senza possedere la consapevolezza di questa ipotesi semplificatrice.

Lo strumento analitico che ha reso possibile una lettura più profonda del fenomeno meccanico è il suo teorema energetico e il conseguente procedimento numerico che riesce a cogliere con sufficiente precisione la porzione che si parzializza.

Ne discende una nuova analogia risolutiva: la struttura elastica iperstatica, è la parte reagente della costruzione materiale (l’arco elastico nascosto nell’arco di pietra).

E’ interessante osservare nelle riflessioni di Navier la prova storica della validità della nostra impostazione: affrontando il caso di archi in pietra, lo scienziato francese **rinuncia all’applicazione del suo procedimento elastico** e affronta il calcolo dell’arco con metodi di solo equilibrio per cogliere situazioni limite.

Solo Castigliano sarà in grado di riprendere il suo metodo elastico *generalizzandolo* ad una successione di analisi elastiche, dimostrando che archi in

---

<sup>14</sup> M. Pera, *Apologia del metodo*, Bari, 1996

pietra e archi metallici ne costituiscono *casi particolari* (solo nei secondi coincidono già alla prima iterazione sezioni geometriche e sezioni apparenti).

Nel modello di Castigliano, tuttavia non è considerato un limite alla proporzionalità diretta tra tensioni e deformazioni: il comportamento del materiale è non lineare solo in quanto reagente a sola compressione.

L'individuazione della zona reagente quindi dipende unicamente dalla legge di distribuzione del carico, ma *non* dal valore assoluto di esso.

**Il modello di Navier** (soluzione di strutture iperstatiche) ha reso esplicita l'assunzione precedentemente implicita per cui l'azione interna – responsabile delle deformazioni e quindi degli spostamenti – era generata dalle sole forze esterne.

I vincoli supplementari (come l'appoggio all'estremo di una mensola) apparivano come un fenomeno di disturbo, in quanto rendevano indeterminata la distribuzione dell'azione interna (momento flettente).

Nel precedente modello di Eulero le forze di natura geometrica non compaiono mai quali responsabili dell'azione interna.

Lo strumento analitico che ha reso possibile questa tappa riorganizzativa di lettura del fenomeno meccanico è stata la tecnica analitica definita di *linearizzazione* dell'equazione differenziale, in quanto ne ha permesso l'esplicita risoluzione in termini polinomiali.

La nuova analogia è la seguente: la struttura iperstatica è una struttura isostatica caricata dalle forze esterne originarie e da forze tali da rispettare i vincoli geometrici supplementari.

**Il modello di Eulero** (soluzione di strutture elastiche) ha reso esplicita l'assunzione per cui la deformata di una trave non era essenziale alla comprensione del fenomeno meccanico.

Per Galileo, infatti, la curvatura della linea d'asse delle travi (che, significativamente, nel suo trattato appaiono esemplificate “indifferentemente” come travi lignee o di pietra) appariva come un fenomeno di disturbo, in quanto alterante la geometria ideale della leva angolare resistente individuata all'incastro con la parete.

Nella nuova formulazione, al contrario, è proprio la curvatura ad essere assunta proporzionale all'azione interna stessa.

La nuova analisi infinitesimale poteva allora risalire dall'equazione differenziale che legava azione interna e curvatura, alla funzione esprimente lo spostamento della linea d'asse.

La nuova analogia risolutiva è allora la seguente: *ogni* sezione della struttura elastica si comporta come la leva angolare di Galileo.

Il **modello di Galileo** (soluzione di strutture rigide) ha esplicitato il limite fisico di validità del modello puramente geometrico precedente: *la statica non ha tutte le sue ragioni nella geometria*.

La possibilità di rottura nella leva ideale di Archimede era percepita unicamente come un fenomeno di disturbo in quanto nessuno, prima di Galileo, aveva pensato di individuare nella trave una leva angolare ove uno dei bracci era *interno* alla trave stessa.

Nessuno infatti, prima di lui, aveva capito la portata della ricostruzione medioevale della teoria delle macchine semplici, che aveva permesso la comprensione della leva angolare.

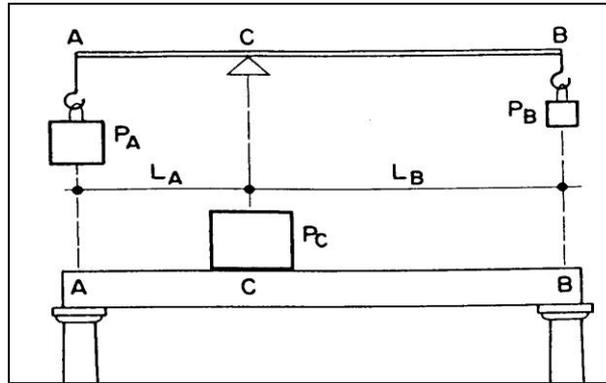
L'analogia risolutiva è la seguente: una mensola è **come** una leva angolare imperniata all'intradosso dell'incastro.

Il **modello di Archimede** (soluzione di travi geometriche) applica<sup>15</sup> la legge della bilancia (*equa libra*) per calcolare il carico che un'architrave distribuisce sui due pilastri.

I pesi sui due pilastri sono quelli che darebbero l'equilibrio ad una bilancia che ha il fulcro in corrispondenza del carico applicato.

---

<sup>15</sup> secondo la testimonianza di Erone



### La prima analogia, fondatrice della meccanica delle strutture

L'analogia risolutiva è la seguente: una trave su due pilastri è **come** una bilancia in equilibrio (non si muovono entrambe).

**Nell'analogia di Archimede, la più semplice e geniale delle analogie meccaniche pensabili (che precorre tutte le altre) noi intravediamo l'atto assolutamente primigenio che ha originato la nostra disciplina.**

### 5.15 Tappe nella generalizzazione del concetto di forza

L'analogia che possiamo attribuire ad Archimede è straordinariamente pregnante: nelle due immagini si scambiano i ruoli le forze attive e le forze reagenti.

Il carico reale corrisponde alla reazione del fulcro della bilancia e le reazioni dei pilastri corrispondono ai pesi che si equilibrano nella bilancia.

La lettura dell'analogia utilizza una stessa parola (forza) per enti così dissimili (i pesi e le reazioni) in quanto assume *a priori* la validità di un principio teorico.

Come scrive Benvenuto nelle ultime pagine del suo capolavoro didattico *La scienza delle costruzioni e il suo sviluppo storico*:

*“La storia della meccanica ha provato come lo scontro con i dati sperimentali non si sia mai risolto nel rinnegare la validità dell’equazione di equilibrio ma, all’opposto, nel modificare la interpretazione dei dati stessi affinché essi la confermassero in rinnovata e più stabile forma”.*

Noi *assumiamo* che la reazione nel fulcro della bilancia assuma precisamente il valore necessario affinché risultino verificate le equazioni dell’equilibrio.

### **Tappe nella generalizzazione del concetto di forza: teoria delle macchine semplici**

La teoria delle macchine semplici considera un comportamento ideale in cui i vincoli sono perfetti, sono assenti forze di attrito, sono trascurabili le deformazioni.

Ritornando alla nostra visione epistemologica, notiamo che la legge sul rapporto inverso tra i due spostamenti e i due pesi, costituendo l’espressione dell’uguaglianza dei lavori, *nasconde l’implicita assunzione* di trascurare la reazione vincolare (nel caso della leva la forza che agisce sul fulcro, il cui lavoro è nullo per ogni possibile movimento).

Solo quando il problema è affrontato nei termini più astratti di equilibrio di forze sorge la necessità di esplicitare la presenza di questa forza.

E’ interessante osservare che lo sviluppo della teoria delle macchine semplici ha coinciso con successive generalizzazioni del concetto di forza: dapprima solo pesi, poi frazione di pesi, vale a dire componenti di forze nella direzione del movimento concesso, poi forze aventi direzione qualunque (materializzate da funi tirate da mani).

Questo sono comunque tutte **forze attive** esterne (quelle attive interne si fanno equilibrio per il principio di azione e reazione).

Le **forze reattive** sono state considerate solo applicando le equazioni dell’equilibrio (in quanto nell’equazione del lavoro non compare il loro contributo).

La teoria, quindi - nata con quantità osservabili (pesi e spostamenti) e la legge del loro rapporto - ha dovuto subire una prima generalizzazione in quanto ha dovuto considerare il caso di forze non aventi la direzione degli spostamenti possibili e una nuova astrazione derivante dalle leggi generali dell'equilibrio che ha portato a formulare enti più astratti (forze generalizzate e coppie).

### **Tappe nella generalizzazione del concetto di forza: teoria delle strutture**

La teoria delle strutture ha sviluppato ulteriormente (in ambito statico) la teoria delle macchine semplici (che inquadra come strutture rigide, infinitamente resistenti, con un solo grado di libertà) in quanto considera deformazioni, resistenze finite, vincoli supplementari, non linearità nel legame sforzi-deformazioni.

Ogni tappa nell'evoluzione della teoria delle strutture corrisponde ad una **generalizzazione sempre più ampia del concetto di forza**.

Nel modello geometrico di **Archimede** le forze erano esclusivamente costituite da *forze esterne* (carichi gravitazionali).

**Galileo** introduce il concetto di *azione interna resistente*, ricavabile in base all'equilibrio con le forze precedenti.

**Eulero** (concludendo la riflessione di Jacques Bernoulli) introduce il concetto di *azione interna agente*, responsabile della deformazione delle strutture.

**Navier**, individuando la funzione statica dei vincoli, introduce il concetto di *forza di natura geometrica*, vale a dire con intensità dovuta al rispetto di condizioni geometriche.

Come noto, infine, l'analisi non lineare di **Castigliano**, può essere inquadrata come l'introduzione di una nuova generalizzazione del concetto di forza: azione interna dovuta al rispetto di condizioni geometriche (*coazioni dovute a distorsioni*).

A Salvatore Di Pasquale, recentemente scomparso, è dovuto il merito di aver chiarito – nel caso degli archi - la coincidenza tra “distorsioni di Somigliana” e le fratture generate dalla non reaganza a trazione del materiale: la distorsione da inserire come cuneo nella struttura ha esattamente la forma dello spazio vuoto che con la frattura automaticamente si genera.<sup>16</sup>

### **5.16 Tappe riorganizzative ed estensione del significato dei simboli**

Nei punti precedenti abbiamo sostenuto che la seguente tesi: nello sviluppo delle teorie scientifiche, la concettualizzazione dell'elemento che la teoria precedente trascurava implicitamente, coincide con la generalizzazione e il conseguente maggior grado di astrazione del simbolo che abbiamo assunto come strumento interpretativo del fenomeno indagato.

Per maggior chiarezza, aggiungiamo l'esempio storico seguente. Gli aristotelici, per confutare il moto della Terra, sostenevano *l'argomento della torre*: una pietra lanciata dall'alto di una torre non potrebbe cadere esattamente ai piedi di essa – come nella realtà si sperimenta avvenga – perché nel tempo di caduta la Terra sarebbe ruotata sensibilmente.<sup>17</sup>

Galileo fa “ricordare” (come nell'*anamnesi* platonica) ai suoi avversari che chi si trova su una nave in movimento non deve muovere gli occhi per seguire l'albero della nave.

Allo stesso modo, quando una pietra cade da una torre, il movimento comune (dell'osservatore e del sasso) dovuto al vertiginoso moto della Terra non è avvertito, mentre rimane solo il movimento verticale della pietra (che costringe l'occhio ad abbassarsi, per seguirne la traiettoria).

---

<sup>16</sup> S. Di Pasquale, *Archi in muratura e distorsioni di Somigliana*, Restauro, 139/1997

<sup>17</sup> Galileo considera inerziale il movimento rotatorio.

Scrive Pera (in *Apologia del metodo*, 1996, p. 33) che l'argomento di Galileo non è un "trucco psicologico" [come voleva Feyerabend in *Contro il metodo*, 1975, p. 68], ma un'analogia con cui una conclusione accettata in un dominio viene estesa ad un altro.

Feyerabend considera "illegittima" l'operazione di Galileo che dà significato nuovo alle stesse parole (*moto* diviene *moto relativo*), mentre invece è **precisamente questa estensione del significato la chiave stessa dell'evoluzione di una teoria scientifica.**

In effetti, come già osservato al termine del punto **5.12**, la situazione che si ha dopo ogni tappa riorganizzativa del pensiero *non* è un orientamento della percezione per cui la papera diviene un coniglio ma è **la consapevolezza di poter vedere sia la papera sia il coniglio**: il concetto di *moto relativo* può comprendere, come caso particolare, anche quello di *moto comune*.

Lo studio meditato dell'evoluzione della meccanica mostra così una stretta similitudine tra i progressi della teoria e l'apparente tautologia della dimostrazione matematica, ove viene in fondo ribadito che ogni ente conserva le proprietà acquisite pur facendo parte di un insieme più vasto.